

I. kolo kategorie Z8

Z8–I–1

Jsou dána tři navzájem různá čísla. Průměr průměru dvou menších čísel a průměru dvou větších čísel je roven průměru všech tří čísel. Průměr nejmenšího a největšího čísla je 2022.

Určete součet tří daných čísel.

(*K. Pazourek*)

Z8–I–2

Čtýřúhelník $ABCD$ je kosočtvercem se stranou délky 6 cm a výškou 4 cm. Bod E je středem strany AD , bod G je středem strany BC , bod F je průsečíkem úseček AG a BE , bod H je průsečíkem úseček CE a DG .

Určete obsah čtýřúhelníku $EFGH$.

(*K. Pazourek*)

Z8–I–3

Pro posloupnost čísel začínající

$$1, 3, 4, 7, 11, 18, \dots$$

platí, že každé číslo počínaje třetím je součtem předchozích dvou.

Kterou číslicí končí 2023. číslo v této posloupnosti?

(*J. Mazák*)

Z8–I–4

Čtibor na mapě s měřítkem 1 : 50 000 vyznačil čtvercový pozemek a vypočítal si, že jeho strana ve skutečnosti odpovídá 1 km. Mapu zmenšil na kopírce tak, že vyznačený čtverec měl obsah o $1,44 \text{ cm}^2$ menší než původně.

Jaké bylo měřítko takto zmenšené mapy?

(*M. Petrová*)

Z8–I–5

Petra měla napsána přirozená čísla od 1 do 9. Dvě z těchto čísel sečetla, smazala a výsledný součet napsala místo smazaných sčítanců. Měla tak napsáno osm čísel, která se jí podařilo rozdělit do dvou skupin se stejným součinem.

Určete jaký největší mohl být tento součin.

(*E. Novotná*)

Z8–I–6

Je dán obdélník $ABCD$ a body E, F tak, že trojúhelníky BEC a CFD jsou rovnostranné a každý z nich má s pravoúhelníkem $ABCD$ společnou pouze stranu.

Zdůvodněte, že také trojúhelník AEF je rovnostranný.

(*J. Švrček*)

