

I. kolo kategorie Z9

Z9–I–1

Aritmetická posloupnost je taková posloupnost čísel, v níž je rozdíl každého čísla od čísla jemu předcházejícího stále stejný; tomuto rozdílu se říká *diference*. (Např. 2, 8, 14, 20, 26, 32 je aritmetická posloupnost s diferencí 6.)

Bolek a Lolek měli každý svou aritmetickou posloupnost. Jak Bolkova, tak Lolkova posloupnost začínala číslem 2023 a končila číslem 3023. Tyto dvě posloupnosti měly 26 společných čísel. Poměr Bolkovy a Lolkovy difference byl 5 : 2.

Určete rozdíl Bolkovy a Lolkovy difference.

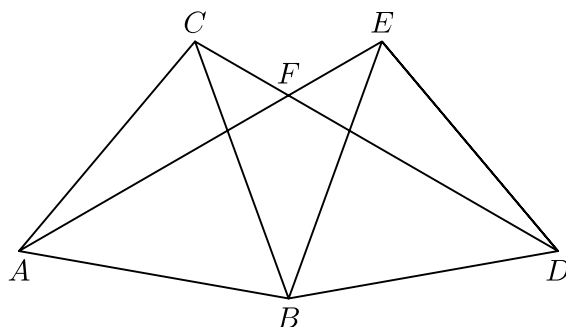
(E. Novotná)

Z9–I–2

Jsou dány dva shodné rovnostranné trojúhelníky ABC a BDE tak, že velikost úhlu ABD je větší než 120° a menší než 180° a body C, E leží ve stejné polorovině vymezené přímkou AD . Průsečík CD a AE je označen F .

Určete velikost úhlu AFD .

(I. Jančíková)



Z9–I–3

Tři kouzelníci kouzlí s čísly, každý však umí jen jedno kouzlo:

- první kouzelník umí od libovolného čísla odečíst jedna,
- druhý kouzelník umí libovolné číslo vydělit dvěma,
- třetí kouzelník umí libovolné číslo vynásobit třemi.

Kouzelníci se při čarování mohou libovolně střídat, každý však může svoje kouzlo během jednoho vystoupení použít nejvýše pětkrát a žádný mezivýsledek nesmí být větší než 10. Při jednom vystoupení měli z dané pětičky čísel 3, 8, 9, 2, 4 vykouzlit pětičku trojek, při jiném vystoupení měli z téže pětičky čísel vykouzlit pětičku pětek.

Jak si mohli s problémem poradit? Najděte možná řešení, nebo vysvětlete, proč to možné není.

(E. Novotná)



Z9–I–4

Najděte nejmenší kladná celá čísla a a b , pro která platí

$$7a^3 = 11b^5.$$

(*A. Bohiniková*)

Z9–I–5

Na snovém tržišti nabídla Sfinga cestovateli za čtyři sny sedm iluzí, dva šlofiky a jednu noční můru. Jinému cestovateli tatáž Sfinga nabídla za sedm snů čtyři iluze, čtyři šlofiky a dvě noční můry. Sfinga měří všem cestovatelům vždy stejně.

Kolik iluzí stál jeden sen?

(*K. Pazourek*)

Z9–I–6

Vrcholy čtverce $ABCD$ spojuje lomená čára $DEFGHB$. Menší úhly u vrcholů E , F , G , H jsou pravé a úsečky DE , EF , FG , GH , HB po řadě měří 6 cm, 4 cm, 4 cm, 1 cm, 2 cm.

Určete obsah čtverce $ABCD$.

(*M. Dillingerová*)

